

无衍射光束理论与实现*

周莉萍 赵斌 李柱

(华中理工大学机械学院仪器所, 武汉 430074)

摘要 无衍射光束具有中心光斑直径小且传播距离远的特点。将其应用于光学精密测量可以解决许多传统光学无法解决的难题。本文给出零阶及高阶贝塞耳无衍射光束理论及实现方法, 并给出各种实现方法的比较及无衍射光束的应用范围。

关键词: 无衍射光束; 零阶贝塞耳光束; 高阶贝塞耳光束

1 引言

“无衍射光束”由 J. Durnin 于 1987 年首次提出^[1]。它是自由空间标量波动方程的一组特殊解, 其场分布具有第一类零阶贝塞耳函数的形式。J. A. Davis 等人于 1996 年又提出, 场分布具有高阶贝塞耳函数的光束也是无衍射光束, 并给出了实现方法与实现结果^[7]。无衍射光束的物理含义是, 光束中心斑直径可以很小且不随传播距离改变。虽然理想的无衍射光束由于实际光学孔径的限制无法实现, 但已得到的近似的无衍射光束传播距离远大于相同半径的高斯光束的瑞利距离。因此, 人们对于其理论研究、实现及应用给予了极大的关注。作为一种新型测量光束, 无衍射光束在光学精密测量领域将有广阔的应用前景。

2 零阶贝塞耳无衍射光束

2.1 零阶贝塞耳无衍射光束理论

1987 年, J. Durnin 给出自由空间波动方程

$$(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) E(r, t) = 0 \quad (1)$$

一个表示无衍射光场的精确解^[1]:

$$E(r, t) = \exp[i(\beta z - \omega t)] \int_0^{2\pi} \exp[i\alpha(x \cos\varphi + y \sin\varphi)] \frac{d\varphi}{2\pi} = \exp[i(\beta z - \omega t)] J_0(\alpha\rho) \quad (2)$$

式中, $\rho^2 = x^2 + y^2$, 波矢 α 为 $0 < \alpha < \omega/c$, J_0 是第一类零阶贝塞耳函数。由于无衍射光场具有 J_0 贝塞耳函数形式, 因此也称无衍射光束为贝塞耳光束(以下简称零阶贝塞耳光束为 J_0 光束)。 J_0 光束强度分布如图 1 所示。其中心斑直径由 α 决定, 当 $\alpha = \omega/c = 2\pi/\lambda$ 时, 中心斑有其最小值, 约为 $3\lambda/4$ (一个波长的量级)。

由于 J_0 光束强度分布以 $1/\rho$ 下降, 是非平方可积的, 构造一个理想的 J_0 无衍射光束需要无限能量。在实际光学系统中, 有限孔径限制了能量传输与转换, 光束的实际无衍射传播距离是有限的。但光束中心斑直径保持不变的无衍射距离仍远大于相应初始半径高斯光束的传播距离。J. Durnin 用数字模拟验证了这一事实, 并给出有限孔径近似 J_0 光束最大无衍射传播距离为:

$$Z_{\max} = R [2\pi/(\alpha\lambda)^2 - 1]^{1/2} \quad (3)$$

其中, R 是形成 J_0 无衍射光束的孔径半径, Z_{\max} 是其最大无衍射传播距离。

2.2 零阶贝塞耳无衍射光束的实现方法

2.2.1 环缝法

1987 年, J. Durnin 用如图 2 所示环缝结构^[2]作了有限孔径 J_0 光束产生及传播的实验。图中, 环缝 AS 的平均直径 $d = 2.5 \text{ mm}$, 缝宽 $\Delta = 10 \mu\text{m}$, 放在透镜 L 的焦平面处。透镜 L 半径 $R = 3.5 \text{ mm}$, 焦距 $f = 305 \text{ mm}$, 准直照明光束 $\lambda = 633 \mu\text{m}$, 在 $\Delta d \ll \lambda f/R$ 条件下, 产生波矢 $\alpha = (2\pi/\lambda) \cdot \sin\theta$, 衍射角 $\theta = \tan^{-1}(d/2f)$ 的 J_0 光束。其中心斑半径 $r_0 = 1/\alpha$, 最大无衍射传播距离为:

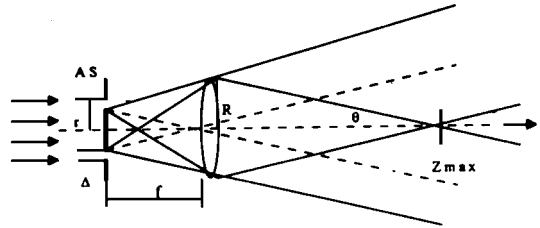


Fig 2 A arrangement of annular split used to generate J_0 Bessel beam

$$Z_{\max} = \frac{2\pi r_0 R}{\lambda} \quad (4)$$

当透镜半径 R 远大于 J_0 中心斑半径 r_0 , 上述公式及数据可得 J_0 光束中心斑点半径约为 $25 \mu\text{m}$, 最大传播距离约为 85 cm , 而相应的 $25 \mu\text{m}$ 半径高斯光束的瑞利范围约为 3 mm 。

2.2.2 全息法

1989 年, 基于 J. Durnin 的结果, Vasara 等^[3]用计算机产生的全息图片来实现近似无衍射的、任意阶贝塞耳光束。用于产生轴上 J_0 光束的全息模式如图 3 所示。

入射光照明时, 全息图片后产生 J_0 光束的最大无衍射传播距离为:

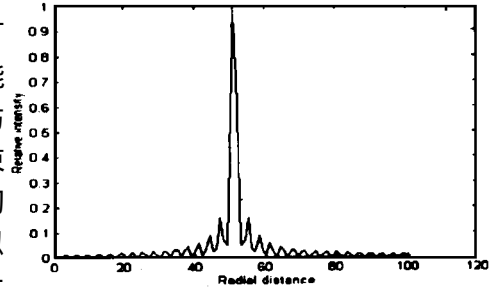


Fig 1 Apertured J_0 Bessel beam intensity distribution

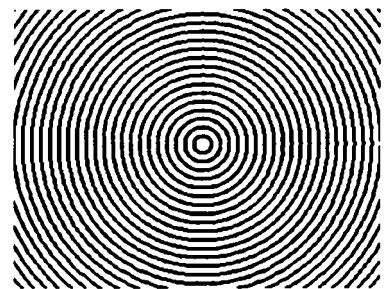


Fig 3 Hologram used to generate J_0 Bessel beam

$$Z_{\max} = \lambda R / 2\pi \quad (5)$$

其中, $\gamma = \rho_0 k$, $k = 2\pi/\lambda$ 是波数, $\rho_0 = 2\pi/\alpha$ 是全息图片环间距, R 是全息图片半径。

将 γ, k, ρ_0 代入(5)式, 并设 $r_0 = 1/\alpha$, 得:

$$Z_{\max} = 2\pi r_0 R / \lambda \quad (6)$$

用 $\lambda = 633 \text{ nm}$ 激光光束照明参数 $\rho_0 = 1 \text{ mm}$ ($\gamma_0 = 1.59 \times 10^{-4} \text{ m}$) 及 $R = 10 \text{ mm}$ 的全息图片, 得到 J_0 光束的最大无衍射传播距离 15.8 m , 对 $\rho_0 = 1 \text{ mm}$, $R = 8 \text{ mm}$ 的全息图片, 最大传播距离为 12.6 m 。均比初始半径为 $1.59 \times 10^{-4} \text{ m}$ 、经很好准直的光束瑞利距离 12.5 cm 远得多。

2.2.3 谐振腔法

1992年, Cox 和 Dibble^[4] 用 Fabry-Perot 腔实现 J_0 光束的实验装置如图4所示。一束低功率氦氖(He-Ne)激光通过空间滤波器 SF 后直接进入固定腔长 $d = 6.35 \text{ mm}$ 的谐振腔。焦距 $f_1 = 20.0 \text{ cm}$ 的透镜 L_1 放在离 M_2 10.7 cm , 离针孔点源 20.1 cm 处。从腔内出来的平行光线被 L_1 聚焦, 形成一个 Fabry-Perot 环模式。环形空间滤波器 ASF (内环半径为 1.28 mm , 外环半径为 2.43 mm) 用于通过最小的谐振腔环, 这个环半径为 $1.925 \pm 0.005 \text{ mm}$, 其最大值一半处的宽度为 $\Delta r_1 = 0.051 \pm 0.003 \text{ mm}$ 。焦距 $f_2 = 40.3 \text{ cm}$ 的透镜 L_2 放在离 ASF 一个焦长处, 将锥角为 θ 的平面波会聚, 形成一段 J_0 无衍射光束。无衍射光束范围为:

$$\Delta Z = \left(\frac{F d}{\pi \sqrt{R}} \right) \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^2 \quad (7)$$

式中, $F = \pi \sqrt{R} / (1 - R)$ 是反射精度。

中心斑半径为:

$$\rho_0 = 0.383 \left(\frac{f_2}{f_1} \right) (\lambda d)^{1/2} \quad (8)$$

以下给出两个对比实验。在第一个实验中, 从 ASF 出来的光束在透镜孔径处半径为 2.1 mm , 实际的透镜孔径半径为 12.7 mm 。在第二个实验中, 一个半径为 1.6 mm 的圆形孔放在透镜前, 进一步减小透镜上的光束半径。两个实验中, J_0 光束中心斑半径均为 $50 \mu\text{m}$ 。第一个实验中, 最大传播距离约为 41 cm , 第二个约为 27 cm (有圆形孔放置时), 两个都比相应半径光束的瑞利距离 1.2 cm 远的多。

2.2.4 锥形透镜法

1992年, Graeme Scott 等^[5] 给出用锥形透镜(Axicon)实现 J_0 无衍射光束的实验及结果。这一实验的理论基础是, 贝塞耳函数的数学表达式可以解释为这样一些平面波的迭加, 所有平面波对 Z 轴具有相同倾角 θ 但具有从 0 到 2π 不同的方位角, 即这一分布的波矢位于一个锥体。这种锥体波矢可由锥形透镜合成。

图5是 Graeme Scott 等实现 J_0 无衍射光束的实验装置。 J_0 光束的中心斑尺寸由 θ 决定, 无

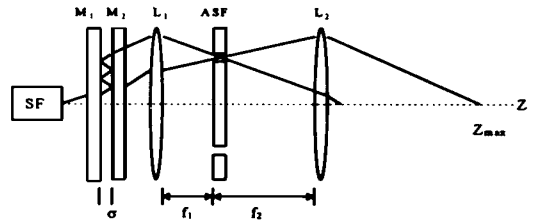


Fig 4 A arrangement of resonant cavities used to generate J_0 Bessel beam

衍射范围由系统的孔径半径 R 决定, θ 与 $J_0(\alpha\rho)$ 中 α 的关系为:

$$\alpha = (2\pi/\lambda) \sin\theta \quad (9)$$

对小的锥形透镜底面锥角 φ 有, $\theta = \varphi(n - 1)$, n 为材料折射率。

其无衍射范围为:

$$Z_{\max} = R \tan\theta \quad R / [(n - 1)\varphi] \quad (10)$$

由实验装置图5及相应的参数 ($\lambda = 10.6 \mu\text{m}$, $\varphi = 1^\circ$) 得实验结果为, J_0 光束中心斑半径 $170 \mu\text{m}$, 传播距离 11 cm , 比相应高斯光束传播距离 1.7 cm 远的多。

2.2.5 球面像差法

1994年, R. M. Herman 等进行了球面像差(SA)透镜实现 J_0 无衍射光束的研究^[6], 给出了二次 SA 透镜设计思想与选择方法。他们指出, 一个中心被遮挡的 SA 透镜与一个 SA 投影透镜一起使用, 可产生很长距离的尺寸与强度稳定的无衍射光束, 利用两 SA 透镜距离的微小变化, 可方便地产生不同范围与尺寸的 J_0 无衍射光束。

SA 透镜对的选择原则是, 两个透镜的 f 数(焦距对孔径的比例)相同而焦距符号相反, 正透镜的焦距总比负透镜焦距的绝对值大。

J_0 光束的模式尺寸 S , 位置 Z 及两透镜间距 Q 分别为:

$$S \approx \frac{\pi F_1 F_2}{k \rho_1 x_2} \quad (11)$$

$$Z = \frac{F_2^2}{x_2} + F_2 \quad (12)$$

$$Q = F_1 \left(1 - \frac{\pi Z}{k \rho_1 S}\right) \quad (13)$$

其中, $x_2 = Q - F_1 - F_2$, F_c 为光线中心(近轴)焦距, F_1, F_2 分别为 SA 透镜上平行入射光线的焦距, k 为传播常数, $\rho_1 = (2/3) \rho_{1m}$, ρ_{1m} 为第一个 SA 透镜径向位置的中心最大遮挡直径, 由 SA 透镜对产生的 J_0 无衍射光束可以是几十 cm 范围 $10 \mu\text{m}$ 尺寸到 100 km 范围 10 cm 尺寸。

3 高阶贝塞耳无衍射光束

3.1 高阶贝塞耳无衍射光束理论

1996年, J. A. Davis 等人提出, 高阶贝塞耳光束也是无衍射光束^[7]。J. A. Davis 等在全息传输函数中引入一个角度相移得到:

$$T_n(r, \theta) = \exp(i n \theta) \exp(-i 2\pi r / r_0) \quad (14)$$

式中, θ, r 是全息图片的坐标, r_0 是可调节的标量因子, n 是整数。由 Fresnel 衍射理论得到距全

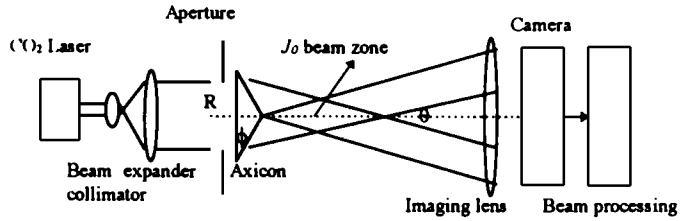


Fig 5 A arrangement using axicon lens to generate J_0 Bessel beam

息图片 z 处光场分布为:

$$E(\rho, \varphi, z) = \frac{\exp(ikz)}{ikz} \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \exp\left[in\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)\right] \times \int_0^R \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \exp\left(-\frac{i2\pi r}{r_0}\right) J_n\left(\frac{kr\rho}{z}\right) r dr$$

再由稳相法得到:

$$E(\rho, \varphi, z) = C(r_0) \sqrt{z} J_n\left(\frac{2\pi\rho}{r_0}\right) \exp(i\gamma_n) \quad (15)$$

其中, $C(r_0) = \lambda^{2.5}(i^{2.5}r_0)$ 是常数, 相位 $\gamma_n = kz + n\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi\lambda z}{r_0^2} + \frac{k\rho^2}{2z}$ 。即光场分布具有 n 阶贝塞耳形式 $J_n(\rho)$, 其幅值在距离 $L = Rr_0\lambda$ 内与 z 成正比增加, 在 L 处很快下降, 其中心光束直径在 L 内保持不变。

3.2 高阶贝塞耳无衍射光束实现

J. A. Davis 等人提出用可编程磁-光空间光调制器(MOSLM)实现光斑大小及无衍射距离可调的高阶贝塞耳光束^[7]。即, 将式(14)以 $r^2 = (i^2 + j^2)\Delta^2$ 的形式编码记录在MOSLM 上的。其中 i, j 是表示像素的整数, Δ 是像素间隔, 可调因子 $r_0 = q\Delta$, q 是可调参数。全息图片半径 $R = N\Delta/2$, N 是MOSLM 上的像素个数。利用这些参数, 无衍射传播距离可写为:

$$L = \frac{qN\Delta^2}{2\lambda} \quad (16)$$

光束直径 w_0 (对 J_0 光束) 可写为:

$$w_0 = 0.766q\Delta \quad (17)$$

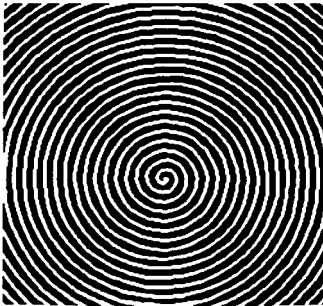


Fig 6 Pattern written onto the MOSLM to generate J_1 Bessel beam

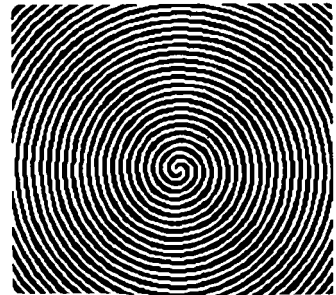


Fig 7 Pattern written onto the MOSLM to generate J_2 Bessel beam

当 q 值改变时, 光束直径及无衍射距离均随之而变。图6及图7是记录在MOSLM 上产生 J_1, J_2 贝塞耳光束的模式。其实验结果是, 高阶贝塞耳光束中心斑为暗斑, 且直径随贝塞耳函数阶数值增加而变大; 与理论相对应, J_1 光束中心暗斑直径明显比 J_0 光束直径小; 在不同距离测量 J_1 光束, 其直径保持不变。对更高阶贝塞耳光束测量也得到同样结果。

4 方法比较及应用

分析上述无衍射光束的实现方法可以得到, 实现 J_0 无衍射光束中的第一、三种方法对入射光能量利用率较低, 但结构简单。第二种方法能量利用率较高, 结构也较简单。第四、五种方法

利用率最高, 第四种方法结构简单, 所产生的 J_0 无衍射光束尺寸稳定性好, 但器件加工精度要求高。第五种方法参数多, 设计、加工复杂, 但结构灵活, 可随两 SA 透镜间距变化产生不同范围不同尺寸的 J_0 无衍射光束, 适用范围较广。高阶贝塞耳光束实现方法较少, 且较复杂。

无衍射光束传播距离远, 可用于激光大气通讯, 宇宙飞船间的能量传播、通讯及电磁波炮弹与子弹等。无衍射光束中心斑半径小, 传播距离远大于相应高期光束的瑞利距离, 可用于精密测量领域, 如准直、表面微观形貌测量等。高阶贝塞耳无衍射光束中心光斑为暗斑, 可用于一些特殊场合, 一阶贝塞耳光束中心斑直径比相应零阶贝塞耳光束中心斑直径小, 可用于更精密的测量与准直。随着对无衍射光束研究的加深, 相信人们会发现更广泛的应用领域。

参 考 文 献

- [1] Durnin J. Exact Solutions for Nondiffracting Beams in the Scalar Theory. *J Opt Soc Am*, 1987, **A4**: 651~654
- [2] Durnin J, Miceli J J Jr, Eberly J H. Diffraction-free Beam. *Phys Rev Lett*, 1987, **58**: 1499~ 1501
- [3] Vasara A, Turunen J, Friberg T. Realization of General Nondiffracting Beams with Computer-generated holograms. *J Opt Soc Am*, 1989, **A6**: 1748~ 1754
- [4] Cox A J, Dibble D C. Nondiffracting Beam from a Spatially Filtered Fabry-Perot Resonator. *J Opt Soc Am*, 1992, **A9**: 282~ 286
- [5] Scott Graeme, McArdie Nell. Efficient Generation of Nearly Diffraction-free Beams Using an Axiicon. *Opt Eng*, 1992, **31**(12): 2640~ 2643
- [6] Heman R M, Wiggins T A. High-efficiency Diffractionless Beams of Constant Size and Intensity. *Appl Opt*, 1994, **33**(31): 7297~ 7306
- [7] Davis J A, Carcole E, Cottrell D M. Intensity and Phase Measurement of Nondiffracting Beams Generated with a Magneto-optic Spatial Light Modulator. *Appl Opt* 1996, **35**(4): 593~ 598

Theory and Generation of Non-diffracting Bessel Beams

Zhou Liping, Zhao Bin, Li Zhu

(Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract

Non-diffracting beams have the property of smaller central spot diameter and longer propagation distance. If they are applied in precision optical measurement field, many problems which are difficult to solve with traditional optical methods will be solved. In this paper, the theory, propagation property and generation methods of zero-order and high-order Bessel non-diffracting beams have been given. Comparison of the generation methods and application of non-diffracting beams have been discussed as well.

Keywords: Non-diffracting beams, Zero-order Bessel beam, High-order Bessel beam

周莉萍 女, 1965年10月生, 华中理工大学机械学院仪器学院仪器所博士研究生。1994年毕业于华中理工大学自控系, 获硕士学位。曾研制汽车内胎硫化的集散式微机控制系统, 现主要从事光学测量仪器的研究。